Lösungsvorschlag: Klausur QM SoSe 09

Verständnis:

1.) p_x, p_y, E (Erhaltungsgrößen Stoß Photon/Elektron)

2.) $\Psi(\underline{x},t) = \Psi(\underline{x}) \cdot e^{i\frac{E}{\hbar}\cdot t}$ (stat. Lsg.)

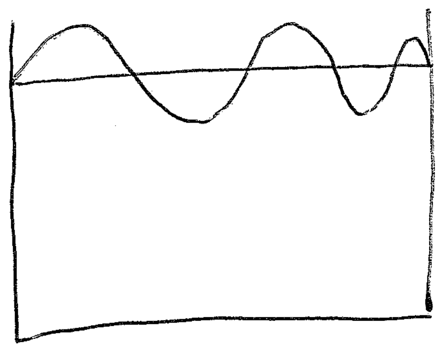
3.) Messung beeinflusst Phase d. Wahrscheinlichkeitsamplitude (Interferenz ~~zerstörung~~ d. Messung)

4.) $\overline{E}_{kin} = \langle \Psi(\underline{x}) | -\frac{\hbar^2}{2m} \underline{\nabla}^2 | \Psi(\underline{x}) \rangle_{\underline{x}}$

5.) Vollständigkeit: jede ~~Funktion~~ (nichtstat. Lösung) läßt sich durch Superposition d. stat. Lsg. darstellen

6.) Randbed.: stetige Differenzierbarkeit

7.) $\Psi_5(x)$:



4 Knoten + Nullpunkte am Rand

8.) Aufsteigeoperator: überführt stat. Lsg. $\Psi_n \rightarrow$ stat. Lsg Ψ_{n+1}

9.) $(n=5, l=2, m=1)$: Knoten in r $(n-1-l) = \underline{\underline{2}}$

12:

(1) (b), (c), (d)

(2) (a), (d)

(3) (c)

(4) (c)

(5) (a) (b) (d)

(6) (a) (b) (c)

(7) (c)

(8) (a) (c)

(9) (c) (d)

Aufgaben:

1.) Elektron im Würfel $V=\infty$: $l = 10\,nm$

$$E = \frac{\hbar^2 \cdot \pi^2}{2m_e}\left(\frac{l^2+m^2+n^2}{L^2}\right) = 3{,}76\,meV\,(l^2+n^2+m^2)$$

(a.) i) 111 $\Rightarrow$ 11,28 meV (4 niedrigste Zustände)

ii.) $112 = 121 = 211 \Rightarrow 6 \cdot 3{,}39\,meV = 22{,}56\,meV$

iii) $122 = 221 = 212 \Rightarrow 33{,}84\,meV$

iv.) $113 = 311 = 131 \Rightarrow 41{,}36\,meV$

v.) 222 $\Rightarrow 45{,}1\,meV$

(b.) $f = ?$ (Licht $E_{111} \to E_{113}$)

$$\Delta E = h \cdot f = 27{,}1\,meV \Rightarrow f = \frac{\Delta E}{h} = 7{,}2 \cdot 10^{12}\,Hz$$

2.) freies Elektron: $A \cdot (e^{ik_1x} + e^{ik_2x})$ $k_1 = 10/nm$ $k_2 = 20/nm$

a.) $\bar{E} = ?$:

$$\bar{E} = \left(\frac{\hbar^2 k_1^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_2^2}{2m}\right)/2 = \frac{\hbar^2}{4m_e}\cdot(k_1^2+k_2^2)$$

$$= 1{,}53 \cdot 10^{-18}\,J$$

$$= \underline{\underline{9{,}5\,eV}}$$

.) <u>abgestrahlte ~~Frequenz~~ Wellenlänge</u>:

$$P(x,t) = 2\alpha^2 + 2\alpha^2 \cos(\Delta k x - \Delta\omega t)$$

$$\Delta\omega = \frac{E_2}{\hbar} - \frac{E_1}{\hbar} = \frac{\hbar}{2m}(k_2^2 - k_1^2) = 1{,}7 \cdot 10^{16}\,\frac{\text{rad}}{s}$$

$$\lambda = \frac{v_p}{f} = \frac{2\pi v_p}{\omega} = 1{,}1 \cdot 10^{-7}\,m = \underline{\underline{110\,nm}}$$

3.) $^{28}_{14}Si + e^-$ $\quad (n=4,\ l=2,\ m=0) \quad Z=14$

a.) <u>Erot = ?</u> :

$$\bar{E}_{rot} = \frac{\hbar^2\, l(l+1)}{2m_e\, \overline{r^2}} \approx \frac{\hbar^2\, l(l+1)}{2m_e\, \bar{r}^2}$$

$$= \frac{\hbar^2 Z^2\, l(l+1)}{2m_e \cdot 0{,}26\,\text{Å}^2\,(3n^2 - l(l+1))^2} = 1{,}75 \cdot 10^{-15}\,J \cdot \frac{l(l+1)}{(3n^2 - l(l+1))^2}$$

$$= \quad '' \quad \frac{6}{42^2} = 5{,}9 \cdot 10^{-18}\,J$$

$$= \underline{\underline{37\,eV}}$$

b.) <u>Ionisierungsenergie</u>:

$$E_{n,l} = \frac{Z^2 \cdot 13{,}6\,eV}{n^2} = \underline{\underline{166{,}6\,eV}}$$
