

Klausur zur Physik der kondensierten Materie

Do, 19.07.2012, Beginn: 14:00 Uhr, Dauer: 1,5 Stunden

Verständnisfragen

2 Punkte pro Aufgabe

1. Welche Maßeinheit hat die zeitabhängige Wahrscheinlichkeitsamplitude eines dreidimensionalen Systems mit 2 Elektronen $\Psi(\underline{x}_1, \underline{x}_2, t)$?
2. Warum sind die möglichen \underline{k} -Vektoren von Blochzuständen der Elektronen eines Festkörpers äquidistant im \underline{k} -Raum verteilt?
3. Warum ändert sich die Fermi-Energie E_F (bzw. das chemische Potenzial μ) der Elektronen eines Festkörpers zumeist mit der Temperatur?
4. Welche drei streng genommen falschen Annahmen muss man für einen Festkörper machen, damit Blochzustände Lösungen der Schrödingergleichung der Elektronen sind?
5. Skizzieren Sie das Amplitudenquadrat $|\Psi(x)|^2$ von zwei eindimensionalen Blochzuständen am Brillouinonenrand, die den gleichen \underline{k} -Vektor, die gleiche atomar periodische Funktion $u_{nk}(x)$, aber unterschiedliche Energie haben. Zeichnen Sie auch die Positionen der Atomkerne ein und geben Sie an, welche der beiden Zustände die höhere Energie hat.
6. Wie groß ist die Fermifläche eines dreidimensionalen Isolators? (Einheit nicht vergessen)
7. Erläutern Sie, warum die effektive Masse eines elektronischen Bandes umgekehrt proportional zur Krümmung des Bandes ist! Setzen Sie voraus, dass die Gruppengeschwindigkeit einer Welle die Ableitung der Frequenz nach dem Wellenvektor ist.
8. Welche drei Streumechanismen von Bandelekttronen unterscheidet man?
9. Welche beiden Materialparameter bestimmen im Rahmen des H-Modells, die Bindungsenergie von Donatorelektronen?
10. Warum ist die Coulombenergie zwischen den Elektronen bei Quantenpunkten mit Durchmessern oberhalb von 100 nm größer als die Einschlussenergie (kinetische Energie), obwohl es beim Atom genau umgekehrt ist?
11. Warum sind Materialien mit 3d-Elektronen am Fermi-niveau häufig ferromagnetisch?
12. Welche drei Energietypen konkurrieren bei der Ausbildung von magnetischen Domänenmustern für $B = 0$ T?

Konstanten:

Plancksches Wirkungsquantum: $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Js

Boltzmann-Konstante: $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K

Elementarladung: $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C

Elektronenmasse: $m_{\text{Elektron}} = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg

Vakuum-Dielektrizitätskonstante: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm

1 nm = 10^{-9} m, 1 Å = 10^{-10} m, 1 eV = $1,60 \cdot 10^{-19}$ J

Aufgaben

1. Quasifreies Elektronensystem (2+3+3 Punkte)

Ein Elektronensystem in einem Halbleiter-Wafer (Waferabmessungen: 2 mm x 2 mm, Dicke 0,5 mm) werde durch einen parabolischen Bandverlauf beschrieben. Die Zustandsdichte lässt sich darstellen als $Z(E) = Z_0 \cdot \sqrt{E}$ mit $Z_0 = 1,12 \cdot 10^{45} \text{ J}^{-\frac{3}{2}}$. Die Ladungsträgerzahl in diesem Band beträgt $N = 2 \cdot 10^{15}$ Elektronen.

- Ist das Elektronensystem zwei- oder dreidimensional (Begründung)?
- Berechnen Sie die effektive Masse der Elektronen in diesem Band.
- Berechnen Sie die elektronische Wärmekapazität bei 4 K.

2. Leitfähigkeit (2+2+2+2 Punkte)

In einem zweidimensionalen Elektronensystem (Länge $L = 100 \mu\text{m}$, Breite $w = 30 \mu\text{m}$) mit parabolischem Leitungsband wird ein Strom von $I = 100 \mu\text{A}$ eingeprägt. Dazu ist eine Spannung von $U_{\text{long.}} = 0,9 \text{ V}$ nötig. Im senkrechten Magnetfeld ($B = 1 \text{ T}$) wird eine Hall-Spannung $U_{\text{H}} = 80 \text{ mV}$ gemessen.

- Berechnen Sie die spezifische Flächenleitfähigkeit in $\frac{1}{\Omega}$.
- Wie groß ist die Ladungsträgerdichte, bezogen auf die Fläche des Elektronensystems (Einheit m^{-2})?
- Bestimmen Sie die Beweglichkeit μ in cm^2/Vs .
- Berechnen Sie die Streuzzeit τ unter der Annahme, dass es sich um ein freies Elektronensystem ($m_{\text{eff}} = m_0$) handelt.

3. Quantenpunkt (4+2+2 Punkte)

Betrachten Sie einen zweidimensionalen quadratischen Quantenpunkt (Kantenlänge 200 nm) aus Graphen (Dispersion $E(k) = \hbar v_F k$ mit $v_F = 1 \cdot 10^6 \text{ m/s}$), der auf einer $d = 90 \text{ nm}$ dicken SiO_2 -Schicht ($\varepsilon = 3,9$) liegt. Darunter befindet sich eine metallische Gate-Elektrode.

- Berechnen Sie die Energiedifferenz, die die beiden energetisch niedrigsten Einteilchenzustände des Quantenpunktes mit $E > 0 \text{ J}$ voneinander trennt.
- Welchen Energiebeitrag muss man zusätzlich zu den Einteilchenenergien berücksichtigen? Um welchen Wert müssen Sie deshalb, unabhängig von der Energie des Einteilchenzustands, das elektrostatische Potential des Gates relativ zum Quantenpunkt zusätzlich ändern, um ein Elektron dem Quantenpunkt hinzuzufügen (Vorzeichen angeben)?
- Auf welche Temperatur müssen Sie den Quantenpunkt ungefähr kühlen, um eine Coulomb-Blockade zu sehen?

Gesamtpunktzahl: 48. Bestanden haben Sie mit 50 % der Punkte.