Klausur FKP SoSe 2012 : 19.7.2012

Verständnis :

1.) Maßeinheit $\Psi(\underline{x}_1, \underline{x}_2, t)$:

$$P = \iiint \iiint |\Psi|^2 d^3x_1 d^3\underline{x}_2$$

$$\Rightarrow [\Psi] = \frac{1}{m^3}$$

2.) Äquidistanz k-Wellen im FK :

Knoten am FK-Rand $\Rightarrow$ Abzählregel 1, 2, 3 ... n Bäuche

$$\Rightarrow k = \frac{\pi}{L}, 2 \cdot \frac{\pi}{L}, \dots n \cdot \frac{\pi}{L}$$

$\Rightarrow \Delta k = \frac{\pi}{L}$ unabh. von n

3.) T- Abhängigkeit von E_F, μ:

Es gilt $N = const$ (Elektronenanzahl), aber häufig $Z(E) \neq const$

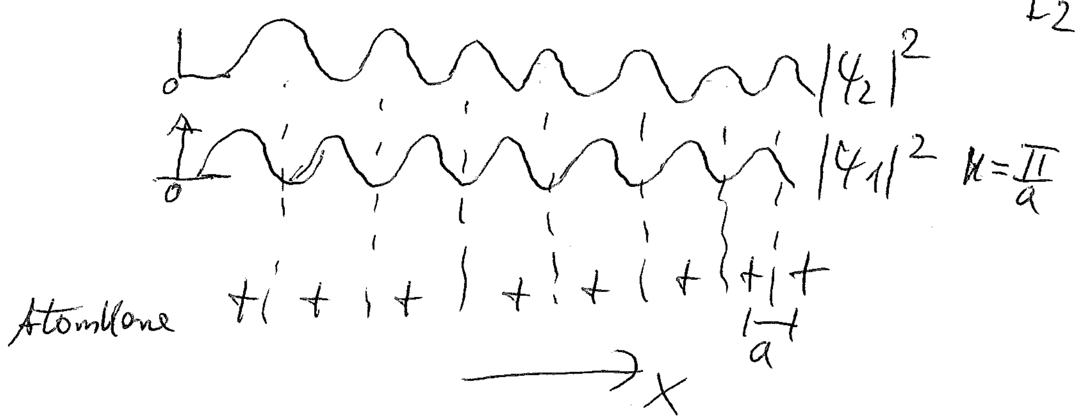
$\Rightarrow$ Umverteilung d. Elektronen mit T entsprechend $f(E,T)$ verlangt Anpassung von E_F, da Anzahl d. zusätzlichen e^- oberhalb E_F = Anzahl weniger Elektronen unterhalb E_F für $E_F = const$ nicht realisierbar.

4.) 3 falsche Annahmen f. Blochzustände:

1.) Kristallgitter exakt periodisch
2.) Kristallgitter in Ruhe
3.) e-e-WW ist für jedes Elektron = gitterperiodischem Potential

5.) 2 Blochzustände für $\underline{k}_1 = \underline{k}_2$ $u_{nk_1}(\underline{x}) = u_{nk_2}(\underline{x})$, $E_1 \neq E_2$ am BZR

$E_2 > E_1$



6. Fermifläche Isolator: (+ Einheit)

$$A_F = 0/m^2$$

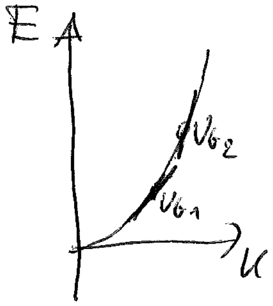
7. $m_{eff} \propto 1/\frac{d^2E}{dk^2}$? mit $v_G = \frac{d\omega}{dk}$:

a.) $m \propto \frac{eE}{|\dot{v}_G|}$

b.) $e\underline{E} \Rightarrow$ Verschiebung von $\underline{k}$

$e\underline{E} = \hbar \cdot \dot{\underline{k}}$ (Impulserhaltung)

also: Wie ändert sich v_G mit Verschiebung von $\underline{k}$



Änderung d. Steigung d. Kurve = Änderung d. v_G

$$\Rightarrow \dot{v}_G \propto \frac{d^2E}{dk^2} \checkmark$$

8. 3 Streumechanismen:

1.) Elektron – Defektstreuung
2.) " – Phononstreuung
3.) " – Elektronstreuung

9. Materialparameter H-Modell: ε, m_{eff}

10. Dominanz E_{coul} über E_{kin} in QD?

$E_{coul} \propto \frac{1}{R}$ $E_{kin} \propto \frac{1}{R^2}$ $\Rightarrow$ Übergang zu dominierendem E_{coul} mit zunehmendem R

11. Warum 3d-Materialien häufig ferromagnetisch?

3d-Elektron = flaches Band $\Rightarrow$ hohe Zustandsdichte $Z(E_F)$
$\Rightarrow$ wenig kinetische Energie für Umkehr von $\downarrow \to \uparrow$ notwendig, um Austauschloch zu vergrößern

12. 3 Energien für Domänenbildung:

i) Austauschenergie ii.) Anisotropieenergie $\vee$ Spin-Bahn-WW iii) Streufeldenergie

Quasifreies Elektronensystem

a) 3D-System, da $Z(E) \sim \sqrt{E}$

b) $Z(E) = \underbrace{\frac{V}{2\pi^2}\left(\frac{2m^*}{\hbar^2}\right)^{3/2}}_{= Z_0} \sqrt{E}$ (Script)

$V = 2 \cdot 2 \cdot 0{,}5\,mm^3 = 2 \cdot 10^{-9}\,m^3$

$\Rightarrow \frac{2\pi^2 Z_0}{V} = \left(\frac{2m^*}{\hbar^2}\right)^{3/2}$

$m^* = \frac{\hbar^2}{2}\left(\frac{2\pi^2 Z_0}{V}\right)^{2/3} = \cancel{1{,}275 \cdot 10^{-32}\,kg} = 2{,}735 \cdot 10^{-32}\,kg$

$= 0{,}03\, m_e$

c) $c_{el} = \frac{\pi^2 k_B^2}{3} Z(E_F) \cdot T$ (Script)

mit $E_F = \frac{\hbar^2}{2m^*}\left(3\pi^2 \frac{N}{V}\right)^{2/3} = 1{,}93 \cdot 10^{-20}\,J = 121\,meV$

$\Rightarrow Z(E_F) = Z_0 \cdot \sqrt{E_F} = 1{,}56 \cdot 10^{35}\,J^{-1}$

$c_{el} = \frac{\pi^2 k_B^2}{3} Z(E_F) \cdot 4\,K = 3{,}9 \cdot 10^{-10}\,\frac{J}{K}$

d) thermisch anregbare Elektronen $\approx Z(E_F) \cdot k_B T$

$N_{th} = 1{,}56 \cdot 10^{35}\,J^{-1} \cdot 5{,}52 \cdot 10^{-23}\,J = 8{,}6 \cdot 10^{12}$ Elektronen

$\frac{N_{th}}{N} = 4{,}3 \cdot 10^{-3}$

Leitfähigkeit

a) $L = 100\,\mu m$, $w = 30\,\mu m$, $I = 100\,\mu A$, $U_{long} = 0{,}9\,V$

$$\Rightarrow R = \frac{U_{long}}{I} = 9\,k\Omega = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{L}{w}$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_{Fl} = \frac{L}{w} \cdot \frac{1}{R} = \frac{L}{w} \cdot \frac{I}{U_{long}} = \underline{\underline{3{,}7 \cdot 10^{-4}\,\Omega^{-1}}}$$

b) $U_{Hall} = \dfrac{I\,B}{e \cdot n \cdot d}$ $\quad$ n: 3D-Ladungsträgerdichte

d: Dicke

$\Rightarrow$ $n \cdot d = n_{Fl}$ = Flächenladungsträgerdichte

$$n_{Fl} = \frac{I \cdot B}{e\,U_H} = \underline{\underline{7{,}81 \cdot 10^{15}\,m^{-2}}}$$

c) $\sigma_{Fl} = n_{Fl}\,e\,\mu \quad \Rightarrow \quad \mu = \dfrac{\sigma_{Fl}}{n_{Fl}\,e} = 0{,}3\,\dfrac{m^2}{Vs} = \underline{\underline{3000\,\dfrac{cm^2}{Vs}}}$

d) Streuzeit $\tau = \dfrac{m\,\mu}{e} = \underline{\underline{1{,}7\,ps}}$

Quantenpunkt

a) $E(k) = \hbar v_F \cdot k \qquad k_{x,y} = \frac{\pi}{L} n_{x,y} \qquad k = \frac{\pi}{L}\sqrt{n_x^2 + n_y^2}$

$$E_{21} - E_{11} = \hbar v_F \frac{\pi}{L}\left(\sqrt{2^2+1^2} - \sqrt{1^2+1^2}\right)$$

$$= 1{,}65 \cdot 10^{-21}\,J\left(\sqrt{5} - \sqrt{2}\right)$$

$$= 1{,}65 \cdot 10^{-21}\,J \cdot 0{,}82 = 1{,}36 \cdot 10^{-21}\,J$$

$$= \underline{\underline{8{,}5\,meV}}$$

b) Kapazität zum Gate: $C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{L^2}{d} = 1{,}53 \cdot 10^{-17}\,F = \frac{Q}{U}$

ein Elektron dazu: $\Delta U = \frac{e}{C} = \underline{\underline{10{,}4\,mV}}$

el.-stat. Potential am Gate um ΔU <u>erhöhen</u>.

c) für Coulomb-Blockade muss $k_B T < e \cdot \Delta U$ sein

$$T < \frac{e^2}{k_B C} = \underline{\underline{121\,K}}$$