

Klausur zur Physik der kondensierten Materie

Di, 20.09.2011

Verständnisfragen

2 Punkte pro Aufgabe

1. Wie sieht die Gesamtwellenfunktion für 2 Elektronen $\Psi(\underline{x}_1, \underline{x}_2, t)$ aus, wenn die beiden Elektronen vollständig durch die beiden Einteilchenfunktionen $\Psi_1(\underline{x}, t)$ und $\Psi_2(\underline{x}, t)$ beschrieben werden können und beide Elektronen die gleiche Elektronenspinrichtung aufweisen?
2. Was besagt die Born-Oppenheimer Näherung?
3. Wie berechnet man die Wärmekapazität (pro Volumen) $c_V(T)$ von Elektronen im Festkörper, wenn die Zustandsdichte $Z(E)$ (pro Volumen) und die Fermi-Energie E_F bekannt ist (nur Ansatz angeben)?
4. Aus welchen beiden Funktionstypen setzt sich eine Blochwelle zusammen?
5. Wieviele Elektronen besetzen Zustände mit dem gleichen \underline{k} -Vektor in einem einfach kubischen Kristall aus ${}^{29}_{14}\text{Si}$ -Atomen?
6. Welche Bedingung muss für die Bandstruktur $E(\underline{k})$ gelten, damit ein Material ein Metall ist, d.h. der spezifische Widerstand für $T \rightarrow 0$ K nicht gegen unendlich strebt?
7. Warum tragen nur Elektronen in der Nähe der Fermienergie E_F zum elektrischen Strom bei?
8. Mit welchem Modell beschreibt man die Bindungsenergie von Donatorelektronen im Halbleiter?
9. Skizzieren Sie die Ladungsträgerdichte eines Halbleiters mit Bandlücke E_G , Donatordichte N_D und Donatorbindungsenergie E_D als Funktion der inversen Temperatur $1/T$. Benutzen Sie dabei alle angegebenen Größen.
10. Warum ist der Strom I einer Diode in Durchlassrichtung für $T = 0$ K, bei Spannungen $U \ll E_G$ (E_G : Bandlücke) Null?

11. Warum bilden Ferromagnete Domänen?
12. Welche Wechselwirkung führt zur Cooper-Paarbildung in Supraleitern?

Aufgaben

Aufgaben sind entsprechend Schwierigkeitsgrad markiert:

(*) leicht, (**) mittel, (***) schwer.

1. *Dreidimensionales Elektronengas* [8 Punkte]

Ein dreidimensionales Elektronensystem in einem Festkörper (Quader mit Kantenlängen $l = 3$ mm, $b = 2$ mm, $h = 1$ mm, Gitterstruktur einfach kubisch mit Gitterkonstante $a = 3$ Å) werde beschrieben durch die Dispersionsrelation

$$E(k) = \gamma k^3 \quad (1)$$

mit $\gamma = 3 \cdot 10^{-49} \text{ J} \cdot \text{m}^3$ und $k = |\vec{k}| \geq 0$. Jedes Atom steuert ein Elektron bei.

- (a) Berechnen Sie das Volumen V_k , das ein Zustand im k -Raum einnimmt. Geben Sie an, welche Randbedingungen Sie für die Berechnung verwendet haben. [3] (*)
- (b) Bestimmen Sie den Fermi-Wellenvektor k_F . [4] (**)
- (c) Berechnen Sie die Fermi-Energie E_F . [1] (*)

2. *Photoelektronenspektroskopie* [8 Punkte]

Auf eine Probe mit der Austrittsarbeit $\Phi = 4,5 \text{ eV}$ trifft Licht der Energie $h\nu = 55 \text{ eV}$. Der Austrittswinkel und die Energie der austretenden Photoelektronen werden analysiert.

- (a) Bis zu welcher maximalen Energie werden Elektronen detektiert? [2] (*)
- (b) Unter einem Winkel von $\theta = 3,5^\circ$ zur Oberflächennormalen werden bei der Energie $E = 49,5 \text{ eV}$ Elektronen nachgewiesen. Geben Sie den oberflächenparallelen Wellenvektor k_{\parallel} des Anfangszustandes an. [3] (**)
- (c) Bei welchem Winkel und welcher Energie wird ein Elektron detektiert, dessen Anfangszustand im Festkörper $0,8 \text{ eV}$ unter der Fermi-Energie bei $k_{\parallel} = 3 \text{ nm}^{-1}$ und $k_{\perp} = 2,5 \text{ nm}^{-1}$ liegt? [3] (**)

3. *Magnetismus* [8 Punkte]

Ein Metall hat eine fcc-Struktur mit Gitterkonstante $a = 5,5 \text{ \AA}$. Jedes Atom gibt ein Elektron ans Leitungsband ab, das als freies Elektronengas beschrieben werden soll.

- (a) Berechnen Sie die Zustandsdichte pro Volumen an der Fermi-Energie. [5] (**)
- (b) Wie groß muss der Austauschparameter I (in eV) mindestens sein, damit das Metall ferromagnetisch wird? [3] (**)

Konstanten:

Plancksches Wirkungsquantum: $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

Boltzmann-Konstante: $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

Elementarladung: $e = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Elektronenmasse: $m_{\text{Elektron}} = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Vakuum-Dielektrizitätskonstante: $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$

$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$, $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$, $1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Dauer der Klausur: 1,5 Stunden
Bestanden haben Sie mit 50 % der Punkte!
(Gesamtpunktzahl: 48)