Klausur zur Physik der kondensierten Materie

Datum: 29.07.2010 Dauer: 1.5 Stunden

1 Verständnisfragen

2 Punkte pro Aufgabe

1. Was ist die Born-Oppenheimer Näherung und wie rechtfertigt man diese ?
2. Welche Form von stationärer Wahrscheinlichkeitsamplitude $\Psi(\underline{x})$ beschreibt einzelne Elektronen in einem perfekt, kristallinen (= periodisch angeordneten) Festkörper ?
3. Wie berechnet man die elektronische Wärmekapazität c_V eines Festkörpers, wenn die Zustandsdichte $Z(E)$ bekannt ist ?
4. Warum zeigt die Dispersion $E(\underline{k})$ von Festkörperelektronen in der Regel Bandlücken am Brillouinzonenrand ?
5. Geben Sie eine formale Definition der Fermienergie E_F bei Temperatur T für ein System an, das aus N Elektronen besteht und dessen Einteilchenzustände durch die Zustandsdichte $Z(E)$ gegeben ist ?
6. Mit welchem Verfahren kann man die Bandstruktur $E(\underline{k})$ vermessen ?
7. Erläutern Sie, warum man Stromtransport in einem Festkörper als Verschiebung der Fermifläche beschreiben kann !
8. Welche drei Streuprozesse sind für den elektrischen Widerstand eines Festkörpers verantwortlich ?
9. Warum lassen sich die Energieniveaus eines Dotieratoms recht gut durch ein H-Atom mit modifziertem ϵ und m_e beschreiben ? (ϵ: Dielektrizitätskonstante, m_e: Elektronenmasse)
10. Skizzieren Sie das Bandschema einer p-n Diode, wenn eine kleine Spannung $U << E_{\mathrm{Gap}}/e$ so angelgt ist, dass der $+$-Pol den p-Bereich und der $-$-Pol den n-Bereich kontaktiert ! (E_{Gap}: Bandlücke, e: Elektronenladung)
11. Welche Wechselwirkung bedingt die parallele Ausrichtung von Elektronenspins in Ferromagneten ?
12. Welche drei Energien müssen für die Berechnung von Domänen in Ferromagneten berücksichtigt werden ?

2 Aufgaben

In eckigen Klammern ist jeweils die erreichbare Punktzahl angegeben.

1. *Zweidimensionales Elektronengas* [Summe: 10 Punkte]

   Ein zweidimensionales Elektronensystem, das in einem Rechteck mit Kantenlängen $a = 100$ nm und $b = 200$ nm eingesperrt ist, habe die Dispersionsrelation $E = \alpha^2 k^4$ mit $\alpha^2 = 1,44 \cdot 10^{-54}\,\mathrm{Jm}^4$.

   (a) Berechnen Sie die drei niedrigsten Energiewerte stationärer Zustände. Nehmen Sie an, das Elektronensystem sei durch unendlich hohe Potenzialwände begrenzt! [2]

   (b) Wie groß ist die Fläche A_k, die ein Zustand im zweidimensionalen k-Raum einnimmt? [1]

   (c) Berechnen Sie die Zustandsdichte $Z(E) = \frac{dN}{dE}$! [2]

   (d) Eine Hall-Messung bei einen Strom von $1\,\mathrm{mA}$ und einem Magnetfeld von $B = 2\,\mathrm{T}$ ergibt eine Hall-Spannung von $25\,\mathrm{mV}$. Berechnen Sie die zweidimensionale Ladungsträgerdichte n! [1]

   (e) Berechnen Sie die Fermi-Energie E_F des Elektronensystems! [2]

   (f) Wie groß ist die elektronische Wärmekapazität $c_{V,\mathrm{el}}$ dieses Systems für $T = 4\,\mathrm{K}$? [2]

2. *Halbleiterdotierung* [Summe: 6 Punkte]

   Ein GaAs-Halbleiterkristall mit Bandlücke $E_\mathrm{G} = 1,4\,\mathrm{eV}$, effektiver Masse $m^*/m_\mathrm{Elektron} = 0,065$, und Dielektrizitätszahl $\varepsilon = 13$ wurde mit Phosphor n-dotiert. Die Beweglichkeit bei $T = 300$ K wird zu $\mu = 5000\,\mathrm{cm}^2(\mathrm{Vs})^{-1}$ bestimmt.

   (a) Berechnen Sie mit Hilfe des H-Modells die Energiedifferenz des niedrigsten Dotieratomniveaus zur Leitungsbandkante! [1]

   (b) Die Probe (Länge $L = 10\,\mathrm{mm}$, Querschnitt $A = 9\,\mathrm{mm}^2$) zeigt bei $T = 300$ K einen Widerstand von $15\,\Omega$. Berechnen Sie hieraus im Rahmen des Drude-Modells die Ladungsträgerkonzentration n! [2]

   (c) Bestimmen Sie im selben Modell die effektive Streuzeit τ! [1]

   (d) Bei $T = 4\,\mathrm{K}$ misst man einen Widerstand von $28\,\mathrm{M}\Omega$. Begründen Sie, ob die Probe entartet dotiert ist! [2]

3. *Leitfähigkeit* [Summe: 8 Punkte]

Ein InAs-Kristall (Bandlücke: 0.4 eV, Dielektrizitätszahl: $\epsilon = 15$) sei mit einer Donatordichte $N_D = 5 \cdot 10^{21}/\text{ m}^3$ dotiert. Das Leitungsband ist parabolisch mit effektiver Masse $m^*/m_{\text{Elektron}} = 0,023$ und isotrop. Bei $T = 4$ K ist der spezifische Widerstand $\rho(4\text{ K}) = 10^{-5}\ \Omega$m und ausschließlich durch Defektstreuung bestimmt. Bei $T = 300$ K ist der spezifische Widerstand $\rho(300\text{ K}) = 10^{-3}\ \Omega$m. Alle Streuprozesse seien isotrop.

(a) Ist der Kristall entartet dotiert ? [1]

(b) Geben Sie die Streuzeit τ_{Defekt} für Elektron-Defektstreuung an! [2]

(c) Geben Sie die Streuzeit τ_{Phonon} für Elektron-Phononstreuung bei $T =$ 300 K an! [3]
Nehmen Sie bei b) und c) für die Fermiverteilung $f(E,T)$ an:

$$\frac{df(E,T)}{dE} \simeq \delta(E - E_{\text{F}}) \tag{1}$$

(d) Wird τ_{Phonon} durch diese Annahme überschätzt oder unterschätzt? [2]

Konstanten:
Plancksches Wirkungsquantum: $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34}$ Js
Boltzmann-Konstante: $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K
Elementarladung: $e = 1.60 \cdot 10^{-19}$ C
Elektronenmasse: $m_{\text{Elektron}} = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg
Vakuum-Dielektrizitätskonstante: $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm
1 nm $= 10^{-9}$ m, 1 Å$= 10^{-10}$ m, 1 eV $= 1.6 \cdot 10^{-19}$ J

Bestanden haben Sie mit 50 % der Punkte! (Gesamtpunktzahl: 48)